**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Уравнения математической физики

Mathematical Physics Equations

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: 002235

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Цели: обучение обучающихся методам математической физики, развитие у студентов доказательного, логического мышления, подготовка к самостоятельным научным исследованиям; обеспечение базы для усвоения курсов «Вычислительный практикум» и «Физика».

Задачи: изучение основных типов дифференциальных уравнений в частных производных и краевых задач математической физики, развитие навыков самостоятельного решения задач математической физики и спектральной теории краевых задач; повышение математической культуры обучающегося.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

В курсе используются знания, полученные студентами в рамках большинства курсов математической общепрофессиональной подготовки – математического анализа, алгебры, геометрии, дифференциальных уравнений, функционального анализа и экстремальных задач.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

В результате освоения курса студент должен: знать постановки основных задач математической физики и методы их решения в рамках курса, элементы теории обобщенных функций и обобщенные постановки краевых задач; уметь решать задачи методом Фурье и другими классическими методами, переходить от классических постановок к обобщенным и обратно, применять простейшие методы функционального анализа к решению задач математической физики; иметь представление о современных методах решения задач математической физики

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Лекции 6 часов

Активные: практические занятия 26 часов

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 58 |  | 2 | 28 |  | 2 | 2 |  | 2 |  |  |  | 28 |  | 22 |  | 32 | 4 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 10-25 |  | 10-25 | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 58 |  | 2 | 28 |  | 2 | 2 |  | 2 |  |  |  | 28 |  | 22 |  |  | 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Постановка задач для уравнений математической физики | лекции | 10 |
| практических занятий | 4 |
| 2 | Интегральные операторы | лекции | 4 |
| практических занятий | 4 |
| 3 | Задача Штурма – Лиувилля | лекции | 6 |
| практических занятий | 4 |
| 4 | Гармонические функции | лекции | 8 |
| практических занятий | 2 |
| 5 | Контрольная работа | контрольная работа | 1 |
| 6 | Контрольное домашнее задание | с.р. с методическими материалами | 28 |
| 7 | Обобщённые функции | лекции | 8 |
| практических занятий | 4 |
| 8 | Пространства Соболева | лекции | 8 |
| практических занятий | 4 |
| 9 | Обобщенное решение задачи Дирихле | лекции | 8 |
| практических занятий | 2 |
| 10 | Нестационарные задачи | лекции | 6 |
| практических занятий | 4 |
| 11 | Контрольная работа (Метод Фурье) | контрольная работа | 1 |
| 12 | Коллоквиумы |  | 2 |
| 13 | Промежуточная аттестация | самостоятельная работа | 22 |
| консультации | 2 |
| экзамен | 2 |
| **Итого** | | | **144** |

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу «Уравнения математической физики» предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. При необходимости (например, в случае введения обязательного онлайн-обучения) или по выбору преподавателя по согласованию со студентами лекции и практические занятия полностью или частично могут проходить в форме онлайн-обучения с использованием соответствующих онлайн-инструментов и платформ (например, Zoom, Skype, MS Teams, видеолекции, электронная почта, и другие).

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Примерный перечень вопросов для самостоятельной работы:

1. Вывести уравнение Эйлера для данного функционала, поставить краевые условия, включая естественные краевые условия.

2. Решить изопериметрическую задачу.

3. Привести уравнение к каноническому виду методом характеристик.

4. Решить задачу Коши для уравнения второго порядка.

5. Решить краевую задачу для уравнения Лапласа методом Фурье.

6. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения методом Фурье.

7. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности методом Фурье.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения текущего контроля**

1. Текущий контроль осуществляется при помощи балльной системы. Оценка текущей успеваемости по практическим занятиям осуществляется из расчета 100 баллов, из них

до 20 баллов за каждую задачу контрольных работ (всего - до 80 баллов),

до 20 баллов за индивидуальное домашнее задание.

Контрольные работы по практическим занятиям могут проводиться как в очной, так и в онлайн-форме по согласованию с преподавателем. Максимальная оценка за задачу в такой контрольной 20 баллов при условии написания контрольной с первой попытки, эта величина снижается в 2 раза с каждой последующей попыткой.

2. Оценка текущей успеваемости по лекциям осуществляется из расчета 30 баллов за две контрольные по теоретическому материалу (по 15 баллов за каждую из контрольных). Контрольные работы по теоретическому материалу в онлайн форме не проводятся.

3. По результатам всех форм текущего контроля студент получает накопленную оценку за семестр "неудовлетворительно", "удовлетворительно" или "хорошо".

Накопленную оценку "хорошо" получает тот, кто набрал одновременно

не менее 60 баллов по практике и

не менее 12 баллов по 1 теоретической контрольной, и

не менее 11 баллов по 2 теоретической контрольной.

Накопленную оценку "удовлетворительно" получает тот, кто набрал одновременно

не менее 40 баллов по практике и

не менее 6 баллов по 1 теоретической контрольной, и

не менее 5 баллов по 2 теоретической контрольной.

В противном случае накопленная оценка за семестр "неудовлетворительно".

В случае перехода на онлайн обучение в течение семестра накопленная оценка выставляется по приведенным выше правилам, с учетом баллов по практике и баллов только за те теоретические контрольные, которые были проведены до перехода на онлайн обучение.

**Методика проведения итогового контроля и критерии для получения итоговой оценки**

1. Студенты, получившие накопленную оценку за семестр "удовлетворительно" или "хорошо", могут получить итоговую оценку, равную накопленной, без сдачи экзамена.

2. Для получения итоговой оценки, отличной от накопленной, необходимо сдавать экзамен.

3. Экзамен проводятся в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена. Для оценки «отлично» студент должен также решить теоретическую задачу по материалу лекций.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за правильные ответы на вопросы билета, дополнительные вопросы и правильно решенную дополнительную задачу, а оценка текущей успеваемости по практике не менее 80 баллов. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета при условии знания основных понятий и формулировок курса и оценка текущей успеваемости по практике не менее 60 баллов.

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме и оценка текущей успеваемости по практике не менее 40 баллов,.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена.

На пересдаче экзамена и пересдаче экзамена с комиссией учитываются все условия успешно выполненные ранее.

4. В случае перехода на онлайн обучение в течение семестра экзамен не проводитстя. При этом студенты получают итоговую оценку, равную накопленной, либо оценку «отлично». Последнюю в этом случае получают те студенты, которые одновременно набрали

не менее 90 баллов по практике и

не менее 12 баллов по 1 теоретической контрольной,

не менее 11 баллов по 2 теоретической контрольной,

решили дополнительную теоретическую задачу, выдаваемую в рамках одной из проводимых онлайн-контрольных

(учитываются только те теоретические контрольные, которые были проведены до перехода на онлайн-обучение)

5. Оценки по системе ECTS выставляются следющим образом.

Оценка A соответствует оценке «отлично».

Оценка В выставляется при получении оценки «хорошо», если студент набрал не менее 90 баллов по практике, во всех остальных случаях при получении оценки «хорошо» выставляется оценка C.

Оценка D выставляется при получении оценки «удовлетворительно», если студент набрал не менее 70 баллов по практике, во всех остальных случаях при получении оценки «удовлетворительно» выставляется оценка E.

Оценка F выставляется при получении оценки «неудовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

**Вопросы составляются в соответствии с содержанием:**

1. Постановка задач для уравнений математической физики

Поверхностный интеграл, теорема Гаусса – Остроградского, многомерная формула интегрирования по частям. Постановка задач математической физики, связь с вариационным исчислением. Вывод уравнения колебаний струны и мембраны, постановка задачи Коши и начально-краевой задачи, физический смысл различных краевых условий. Вывод уравнения теплопроводности, постановка задач для уравнения теплопроводности. Классификация уравнений второго порядка, инвариантность типа уравнения при невырожденных заменах независимых переменных, приведение уравнений к каноническому виду. Характеристики, соотношение между данными Коши на характеристике, инвариантность характеристик. Корректность задачи математической физики, пример Адамара.

2. Интегральные операторы.

Интегралы со слабой особенностью. Ограниченность и компактность интегральных операторов в $L\_p$.

3. Задача Штурма – Лиувилля.

Постановка задачи Штурма – Лиувилля, теоремы единственности, функция Грина; собственные числа и собственные функции задачи Штурма – Лиувилля. Уравнение Бесселя, полнота и ортогональность функций Бесселя. Собственные функции оператора Лапласа в прямоугольнике и в круге.

4. Гармонические функции.

Формулы Грина, фундаментальное решение оператора Лапласа. Интегральное представление функций класса $C^2$, следствия из интегрального представления, теорема о среднем. Постановка краевых задач Дирихле и Неймана, теоремы единственности, условия разрешимости задачи Неймана. Вывод и обоснование формулы Пуассона для шара; следствия из формулы Пуассона.

5. Обобщённые функции.

Пространство D, определение сходимости в пространстве D, основная лемма вариационного исчисления. Пространство D’, сходимость в D’, регулярные и сингулярные обобщённые функции, носитель обобщённой функции, примеры. Действия над обобщёнными функциями. Свёртка основной и обобщённой функции, фундаментальное решение дифференциального оператора, примеры.

6. Пространства Соболева.

Производные по Соболеву. Соболевские производные на отрезке. Пространства $H^1(\Omega)$ полнота. Пространство $H^{1,0}(\Omega)$, продолжение нулем функций. Пространство $H^–1(\Omega)$, представление элементов этого пространства. Неравенство Фридрихса и следствия из него. Понятие о теоремах вложения, теорема Реллиха.

7. Обобщенное решение задачи Дирихле.

Определение оператора краевой задачи, непрерывность в пространствах Соболева. Теоремы единственности. Энергетическое пространство, вывод абстрактного уравнения. Фредгольмовость оператора краевой задачи. Проекционные методы, метод конечных элементов, сходимость. Собственные функции и собственные числа оператора краевой задачи, сходимость рядов по собственным функциям. Минимум квадратичного функционала, вариационные свойства собственных чисел.

8. Нестационарные задачи.

Принцип максимума для параболического уравнения, теоремы единственности. Вывод и обоснование формулы Пуассона для задачи Коши, физические следствия из нее. Характеристический конус для волнового уравнения, теорема единственности. Решение задачи Коши в трёхмерном и двумерном пространствах. Распространение волн. Обобщённые постановки начально-краевых задач для нестационарных уравнений, теоремы единственности. Метод Фурье, сходимость метода Фурье.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

Для чтения лекций привлекаются преподаватели, имеющие ученую степень не ниже кандидата наук в соответствующей области

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованная лекционная аудитория и аудитории для практических занятий

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Не требуется

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Не требуется

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Михлин С.Г. Курс математической физики. СПб.: Лань, 2002

2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.4. Ч.1. Изд.6. М.: Наука, 1974; Ч.2. М.: Наука, 1981

3. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2000-2008

4. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1975

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., 1976.

2. Мизохата С. Теория уравнений с частными производными. М., 1977.

3. Либ Э., Лосс М. Анализ. Новосибирск, 1998.

4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Изд.5. М.: Наука, 1988.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется

**Раздел 4. Разработчики программы**

Кароль Андрей Игоревич, к ф-м.н., доцент, доцент, karol@ak1078.spb.edu; 428-42-11.

Степанов Евгений Олегович, д.ф.-м.н., доцент, профессор, 428-42-11.